

COR と接触時間からの初速度の予測

2012 年 7 月 20 日

1. 概要

USGA の Illinois Tool Works (ITW) マシーンによる初速度の測定は無限質量衝撃テストにおいて得られる法線方向の反発速度と接触時間を測定することによって精度よく予測できることが示されました。初速度の予測は信頼水準 95% で ± 0.4 ft/s に収まる精度です。このモデルの考案には、初速度と接触時間の両方について、その広がり の範囲内で一様に分布した性能を有するゴルフボールが母集団として用いられました。このモデルのロバスト性（頑健性）は、ここで用いたデータのブートストラップ解析を通じて検証されました。

2. テスト方法

幅広い反発係数(e)と接触時間(t_c)を有するゴルフボールのサンプルが入手されました。法線方向の反発係数(e)、法線方向を基準とした接触時間(t_c)、そして初速度のデータは、ボール性能の劣化の可能性を最小限とするためにすべて 2 日間未満の間隔で収集されました。法線方向の衝撃測定はエアーキャノン（水平方向から 5 度下方に傾けられた）からボールを巨大な垂直な壁（つまり、無限質量）へ向け発射することで行われました。すべてのボールはテスト前には常に温度と湿度が管理された環境に保管されていました。

衝突前と衝突後の速度の法線成分は弾道測定用の 2 つのレーザースクリーンによって測定されました。衝突速度は 143.8 ft/s となるよう設計されますが、これは ITW 機器での衝突速度と同じです。衝撃力は 3 成分力変換器（ここでは Kistler type 9067）で測定されました。この試験装置の概略図は図 1 に示されています。

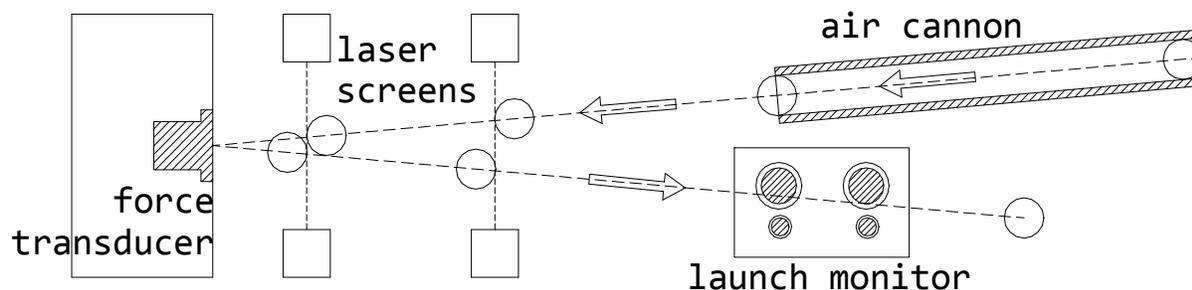


図 1：法線方向の COR と接触時間の試験装置の概略図

接触時間の測定は、力変換器から出力される法線力の時間履歴の信号を解析することによって行われました。力変換器から出力される信号に混じる不要な高周波ノイズの除去は測定デ

ータから得られる全領域でのフーリエスペクトルのうち、低周波側の一次周波数 ($f_{cutoff} = 3 \text{ kHz}$) の情報だけを残すことによって行われました。接触時間（継続時間）の終わりは、ここでは法線力が最大法線力の 5%に戻ったときと定義されます。図 2 は接触時間を計算するために用いられるフィルター処理した力の時間履歴の一例です。図 3 はこの解析で使われたボール全ての母集団について接触時間 t_c と、入射前後での COR テスト速度の法線成分の和 V_e をプロットしたグラフです。図 3 の各データ点は 12 回のショットテストの平均を示しています。

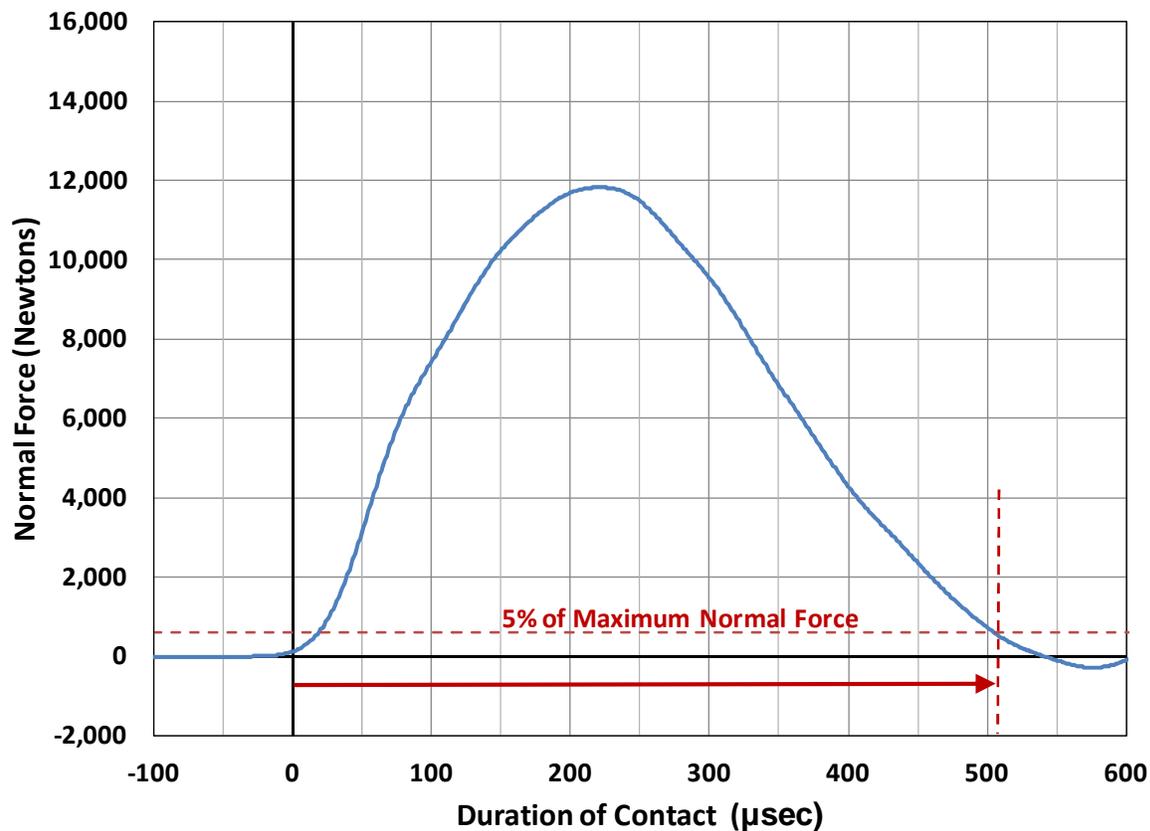


図 2 : 接触時間（継続時間）を計算するために用いられるフィルター処理した法線力の変換機出力の例

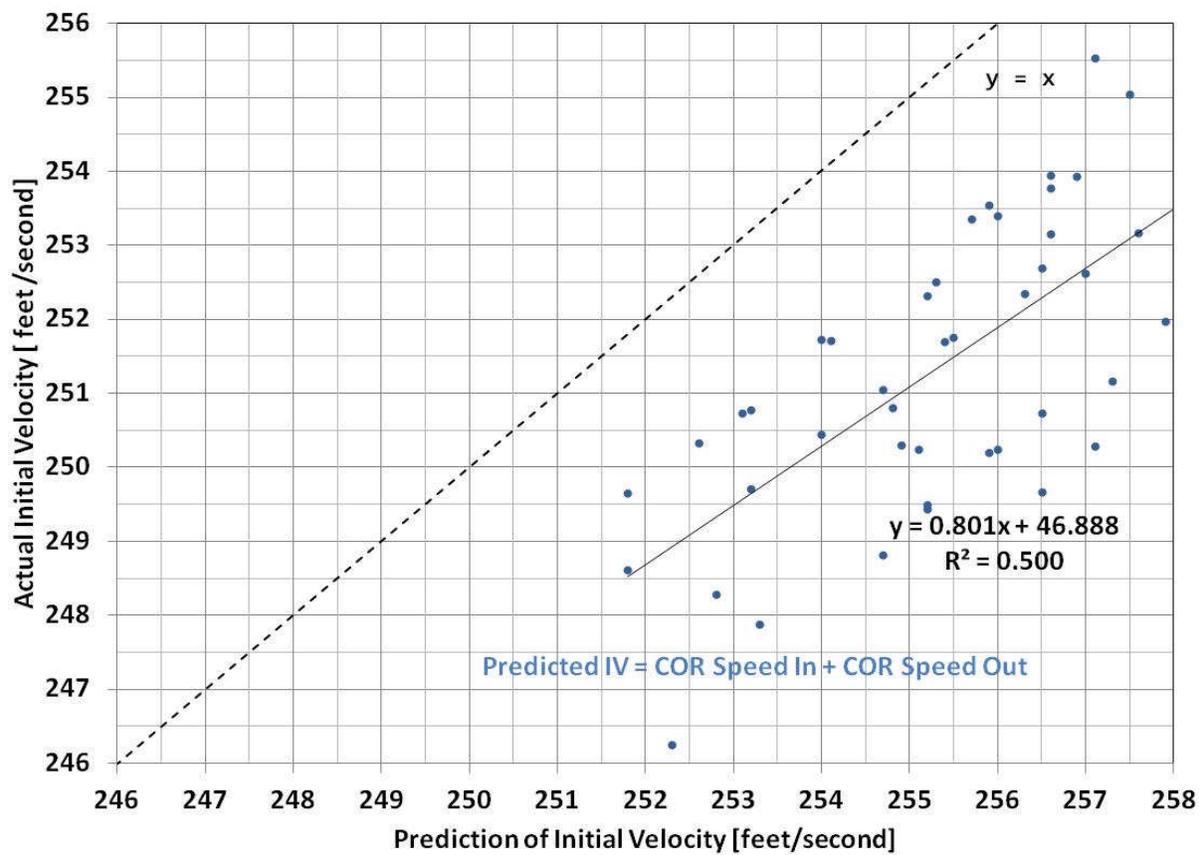


図4：実際の初速度対法線方向への反発速度から予想される初速度

初速度予測を改善するために、法線方向への衝突接触時間(t_c in μs)と初速度に相当する COR テスト値(V_e)が実際の初速度(IV)を予測するために用いられました。(統計解析ソフト Minitab による回帰分析の結果として)もたらされた初速度の予測値は、以下の関数で表されます。

$$IV(V_e, t_c) = -19.502 + 1.006 V_e + 0.030 t_c$$

衝撃テストにおける法線方向での接触時間(t_c in $\mu\text{sec.}$)の項を加えることは、反発前後の COR テスト速度の和だけを用いる単純なモデルから初速度予測を改善しました。予測初速度と実際の初速度との間のバイアスは定数項に組み込まれ、実際の初速度と予測初速度の間の回帰直線の傾きは1となります。実際の初速度と予測初速度の差の絶対値の平均は 0.14ft/s で、中央値は 0.11ft/s ($R^2 = 0.99$)となります。

図5は測定された実際の初速度に対して(法線方向への)接触時間 t_c と反発前後のボールの速度の和(V_e)の関数として予測した初速度をプロットしたグラフです。また、図5は95%の予測区間も示しています。95%の予測区間の上限と下限の平均は約 $\pm 0.39\text{ft/s}$ です。

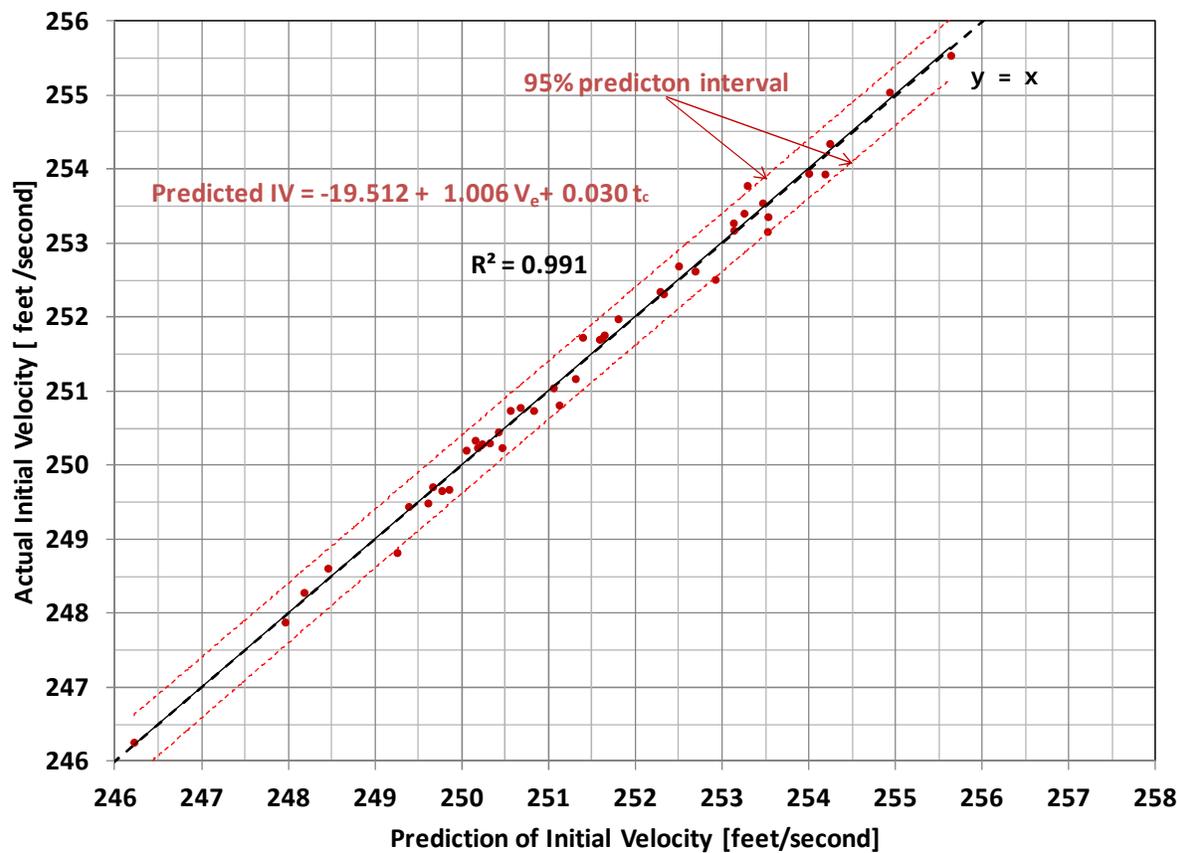


図5：実際の初速度対（接触時間と法線方向での反発速度から推定された）予測初速度の対比

3. データの統計的分析

ここでの議論で考案された回帰モデルのロバスト性（頑健性）を評価するために、データのブートストラップ解析が行われました。その解析は全部で 45 セットのテスト結果からランダムに 20 セットを抽出して回帰モデルを作り、それに対して残りの 25 セットのテスト結果を評価しました。このように 20 セットのデータをランダムに抽出することは 200 回繰り返され、200 回の繰り返しのそれぞれについてのモデルからの残差が評価されました。

図6は 200 回の繰り返しの残差の標準偏差のヒストグラムを示したものです。200 回ランダム抽出したデータの組み合わせの残差の平均値の標準偏差は 0.19 ft/s で、標準偏差は最大 0.24 ft/s でした。

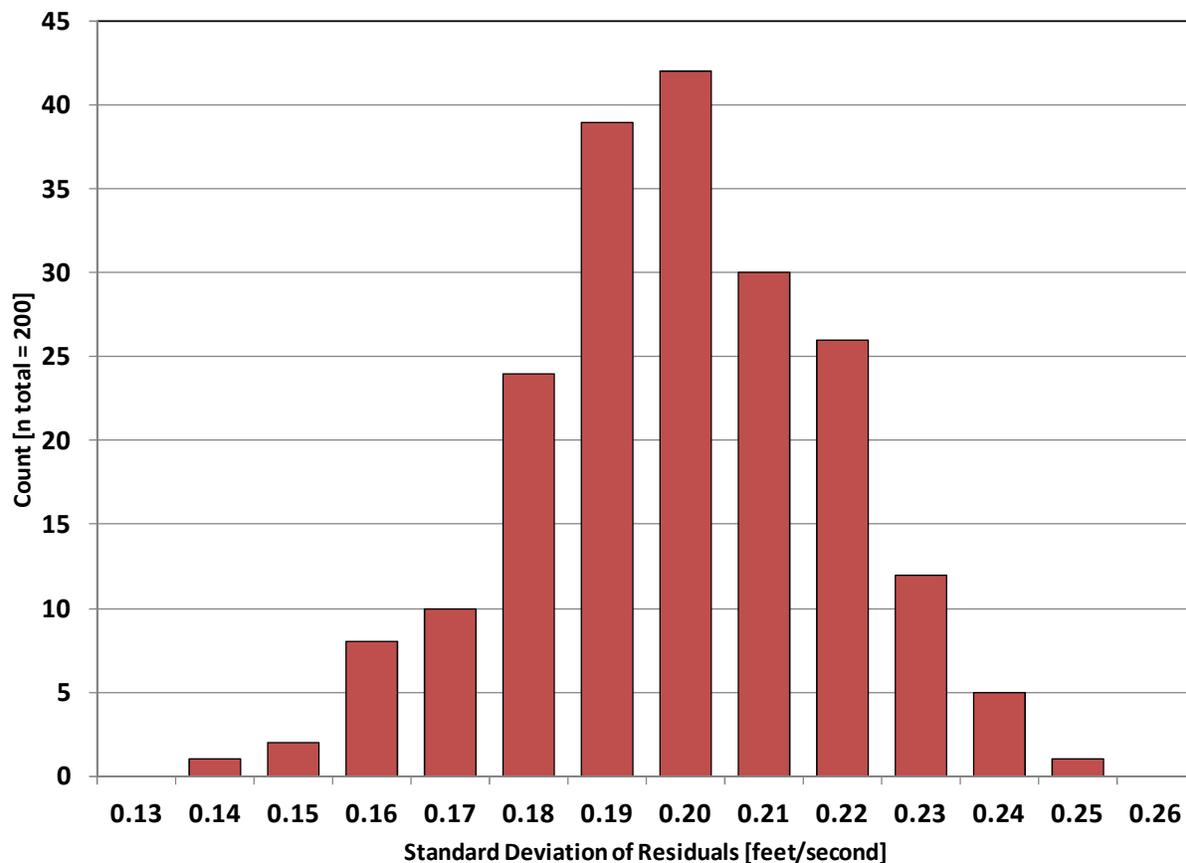


図 6 : ランダムに選択した 20 セットのテスト結果 200 組に対する残差の標準偏差のばらつき

200 回のデータの組み合わせの残差を評価することに加え、それぞれの回帰モデルについてピアソン相関係数(R^2)もまた解析されました。0.982 から 0.998 の間で平均 R^2 値は 0.991 でした。図 7 はピアソン相関係数のヒストグラムです。この解析から分かるようにこうして得られた R^2 値は、200 回のデータ組み合わせのうちの 50%以上(114)の場合で、45 セットのテストデータ全部を用いて算出した場合($R^2 = 0.991$)よりも高くなり、採用データ数がずっと少なかったとしてもこのモデルが強固であることを示しています。

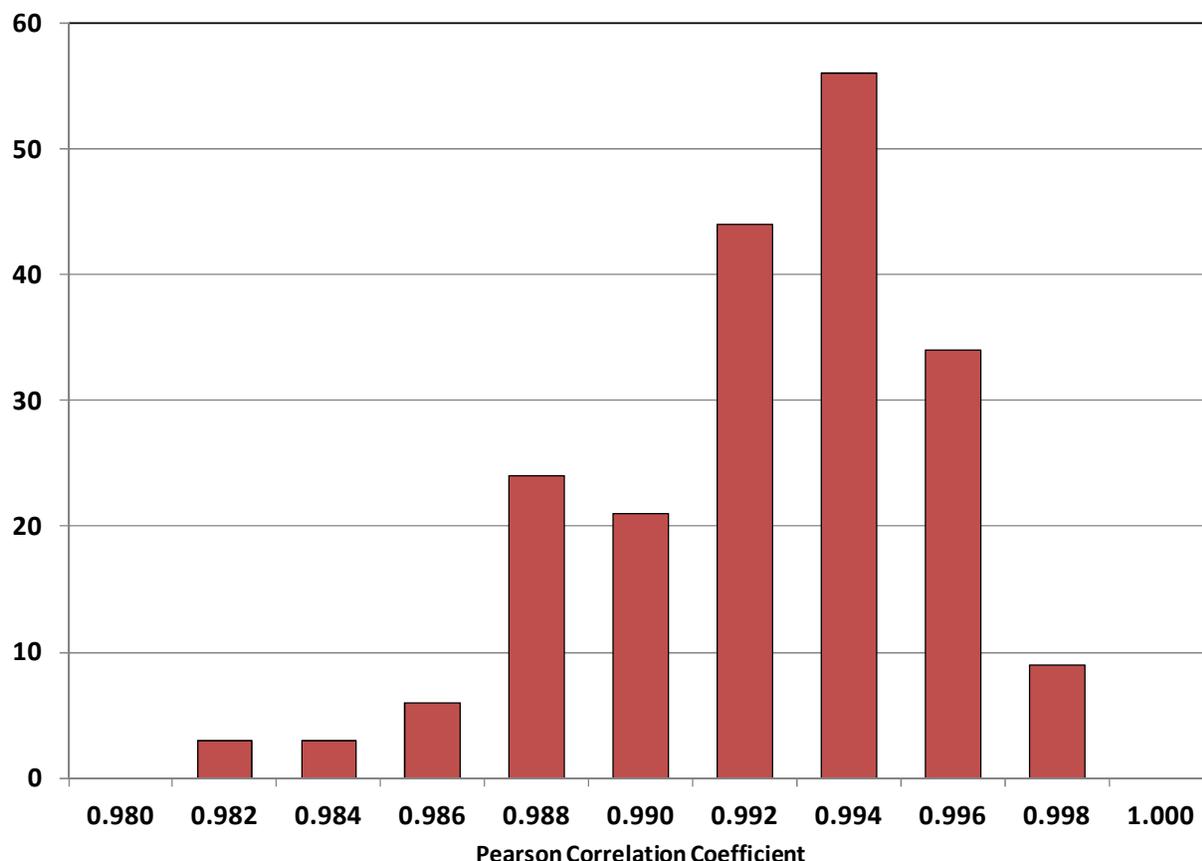


図7：ランダム抽出した20セットの結果の $n = 200$ の組み合わせに対するピアソン相関係数の分布

4. 結論

この研究は初速度の測定は COR テストによる法線方向の反発速度(V_e)と法線方向接触時間(t_c)を用いて精度よく予測することができることを示しました。考案されたモデルはその導出に際して、大きなばらつきを持つボールデータを母集団として利用されて作られたのでロバスト性（頑健性）は非常に高いです。これらのテストで用いられたボールのデータは一般的に観察される初速度と接触時間の広い範囲にわたって均一に分布する特性を有していました。単純なモデルからこのモデルを改善することは、実際の反発角を含めることと接触時間と COR を同時に測定することを通じて反発速度データの質を改善することによってなされました。ここで考案されたモデルは 95%予測区間で ± 0.39 ft/s 以内の精度で初速度を予測します。このデータのブートストラップ解析を行うことにより、残差の標準偏差が最悪のケースでも 0.24 ft/s であり、しかもこれはたった 20 セットのデータから得られるものであることでロバスト性（頑健性）が検証されました。